

## TEORÍAS SOBRE LA NATURALEZA DE LA LUZ

Desde el siglo XVII han sido dos las teorías físicas que han tratado de explicar la naturaleza de la luz. Durante mucho tiempo los defensores de una y otra mantuvieron una pugna científica abierta de difícil solución, sólo resuelta en los primeros años del siglo XX. Estas dos teorías son la teoría **Corpuscular** y la **Ondulatoria**.

### TEORÍA CORPUSCULAR.

Newton propone esta basándose en sus trabajos de investigación:

- Newton descubrió la descomposición espectral de la luz blanca al atravesar un prisma.
- Fue el primero en medir el índice de refracción de diversos colores (o cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y en un medio dado).
- Descubre los colores complementarios que por adición dan el color blanco (las mezclas de colores pueden ser por adición, superponiendo luces de colores, o por sustracción, mezclando pinturas de colores).
- Explica por primera vez el fenómeno del Arco Iris.
- Fue el primero en construir un telescopio de reflexión a base de espejos.
- Descubre las interferencias conocidas por Anillos de Newton, que se forman cuando un haz de luz incide normalmente sobre una lente plano-convexa.

La teoría corpuscular considera a la luz formada por corpúsculos de diferentes masas (al violeta correspondería los más pequeños y al rojo los más grandes) que comunican diferentes impulsos al ojo en el proceso de la visión.

#### **Éxitos de la teoría corpuscular**

Explica las leyes de la reflexión y la refracción.  
Explica la propagación rectilínea de la luz.  
Explica la doble refracción.  
Explica la interferencia de los anillos de Newton.

#### **Fracasos de la teoría corpuscular**

Predice, en contra de la experiencia, que la velocidad de la luz en el agua es mayor que en el aire.

### TEORÍA ONDULATORIA.

Esta supone que la luz se comporta como una onda. Esto se basa en lo observado al cruzarse dos haces luminosos: pueden cruzarse sin perturbar el uno al otro, cosa que resulta difícil de explicar con dos chorros de partículas materiales. Esta teoría fue defendida por Huygens (en 1678), quién demostró que las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz podían explicarse mediante una teoría ondulatoria

#### **Éxitos de la teoría ondulatoria**

Introduce el Principio de Huygens, por el cual todos los puntos de un medio material alcanzados por una onda se convierten en focos emisores de ondas elementales.  
Explica las leyes de la reflexión y la refracción.  
Explica la doble refracción del espato de Islandia.

#### **Fracasos de la teoría ondulatoria**

No logra explicar la propagación rectilínea de la luz (pilar básico de la Óptica Geométrica) y los fenómenos de sombra y penumbra.

Los contrarios a la teoría ondulatoria objetaban que, de ser cierta, se podrían ver los objetos detrás de una esquina, ya que las ondas son capaces de rodear los obstáculos (difracción).

Fue preciso esperar hasta 1850, año en el que Foucault determinó la velocidad de la luz en el agua, para comprobar que el razonamiento de Huygens era correcto. Los experimentos de Young y Fresnel sobre interferencias luminosas y la teoría electromagnética de la luz (postulada por Maxwell), junto con las experiencias de Hertz (consiguió producir ondas electromagnéticas y demostró que sus propiedades coincidían con las de la luz), hicieron que la controversia onda-corpúsculo, que había durado casi tres siglos, pareciese estar superada y se aceptase la teoría ondulatoria.

Sin embargo, esta no explica los fenómenos asociados con la emisión y absorción de la luz. No explica el efecto fotoeléctrico, efecto Compton... por lo que fue necesario la creación de una nueva teoría que agrupase los aciertos de ambas teorías: la **TEORÍA CUÁNTICA**.

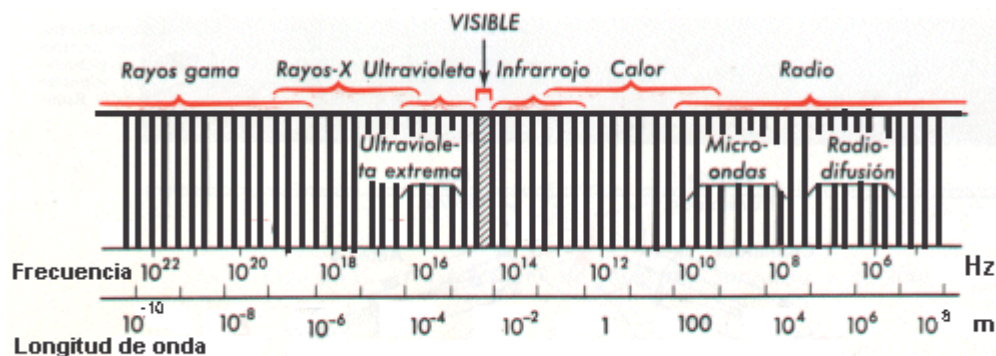
Esta surge con la hipótesis de Planck:

$$E = n \cdot h \cdot f \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

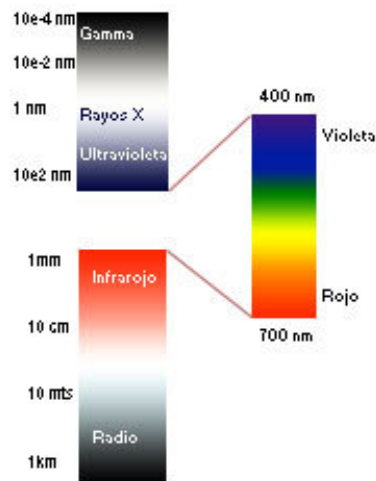
Que Einstein aplicó al efecto fotoeléctrico, suponiendo que la energía (E) de las ondas luminosas se concentran en pequeños paquetes, cuantos de energía ( **fotones**).

## Ondas electromagnéticas. Espectros

Las ondas electromagnéticas se agrupan bajo distintas denominaciones según su frecuencia, aunque **no existe** un límite muy preciso para cada grupo. Además, una misma fuente de ondas electromagnéticas puede generar al mismo tiempo ondas de varios tipos.



- **Ondas de radio:** son las utilizadas en telecomunicaciones e incluyen las ondas de radio y televisión. Su frecuencia oscila desde unos pocos hercios hasta mil millones de hercios. Se originan en la oscilación de la carga eléctrica en las antenas emisoras (dipolo radiante).
- **Microondas:** Se utilizan en las comunicaciones del radar o la banda UHF ( Ultra High Frequency) y en los hornos de las cocinas. Su frecuencia va desde los mil millones de hercios hasta casi el billón. Se producen en oscilaciones dentro de un aparato llamado magnetrón. El magnetrón es una cavidad resonante formada por dos imanes de disco en los extremos, donde los electrones emitidos por un cátodo son acelerados originando los campos electromagnéticos oscilantes de la frecuencia de microondas.
- **Infrarrojos:** Son emitidos por los cuerpos calientes. Los tránsitos energéticos implicados en rotaciones y vibraciones de las moléculas caen dentro de este rango de frecuencias. Los visores nocturnos detectan la radiación emitida por los cuerpos a una temperatura de  $37^\circ$ . Sus frecuencias van desde  $10^{11}$  Hz a  $4 \cdot 10^{14}$  Hz. Nuestra piel también detecta el calor y por lo tanto las radiaciones infrarrojas.
- **Luz visible:** Incluye una franja estrecha de frecuencias, los humanos tenemos unos sensores para detectarla (los ojos, retina, conos y bastones). Se originan en la aceleración de los electrones en los tránsitos energéticos entre órbitas permitidas. Entre  $4 \cdot 10^{14}$  Hz y  $8 \cdot 10^{14}$  Hz.



- **Ultravioleta:** Comprende de  $8 \cdot 10^{14}$  Hz a  $1 \cdot 10^{17}$  Hz. Son producidas por saltos de electrones en átomos y moléculas excitados. Tiene el rango de energía que interviene en las reacciones químicas. El sol es una fuente poderosa de UVA (rayos ultravioleta) los cuales al interactuar con la atmósfera exterior la ionizan creando la ionosfera. Los ultravioleta pueden destruir la vida y se emplean para esterilizar. Nuestra piel detecta la radiación ultravioleta y nuestro organismo se pone a fabricar melanina para protegernos de la radiación. La capa de ozono nos protege de los UVA.
- **Rayos X:** Son producidos por electrones que saltan de órbitas internas en átomos pesados. Sus frecuencias van de  $1 \cdot 10^{17}$  Hz a  $1,1 \cdot 10^{19}$  Hz. Son peligrosos para la vida: una exposición prolongada produce cáncer.
- **Rayos gamma:** comprenden frecuencias mayores de  $1 \cdot 10^{19}$  Hz. Se origina en los procesos de estabilización en el núcleo del átomo después de emisiones radiactivas. Su radiación es muy peligrosa para los seres vivos.

Independientemente de su frecuencia y longitud de onda, todas las ondas electromagnéticas se desplazan en el vacío a una velocidad  $c = 299.792,458$  km/s.

La rapidez de propagación de las ondas electromagnéticas está relacionada con la longitud de onda ( $\lambda$ ) y con la frecuencia ( $f$ ) mediante la siguiente fórmula:

$$c = \lambda \cdot f$$

Teniendo en cuenta que la rapidez de propagación de las ondas es constante podemos deducir que cuanto mayor es la longitud de onda menor deberá ser frecuencia. Las longitudes de onda van desde billonésimas de metro hasta muchos kilómetros. La longitud de onda y la frecuencia de las ondas electromagnéticas son importantes para determinar su energía, su visibilidad, su poder de penetración y otras características.

## Reflexión y refracción

Son fenómenos de superficie, es decir, aparecen siempre que una onda encuentra una superficie que separa dos medios.

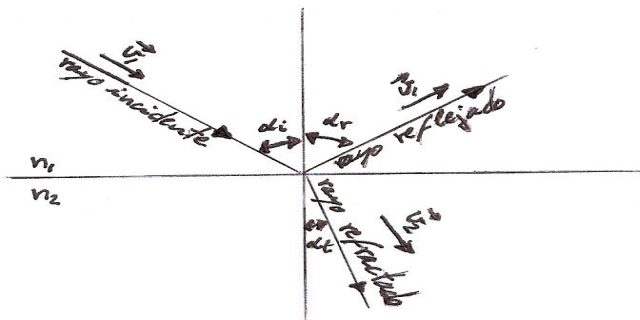
La **REFLEXIÓN** se produce cuando la onda rebota en una superficie que separa dos medios, continuando su propagación por el mismo medio, pero cambiando su dirección y sentido. Ejemplos: la reflexión de la luz, la reflexión del sonido (el eco)...

La **REFRACCIÓN** se produce cuando la onda atraviesa la superficie de separación de ambos medios, modificándose su velocidad y dirección. Ejemplos: la refracción de la luz...

Normalmente aparecen ambos fenómenos al mismo tiempo.

Según el principio de Huygens, los puntos de la superficie de separación de ambos medios se convierten en focos emisores de nuevas ondas al ser alcanzados.

Esquemáticamente ocurre:



**PRIMERO:** La onda rebota en la superficie, continuando su viaje por el mismo medio, pero con distinta dirección y sentido (reflexión).

**SEGUNDO:** La onda pasa al segundo medio, cambiando su velocidad y dirección de propagación (refracción).

El estudio de la reflexión y la refracción lleva a una serie de leyes (llamadas leyes de Snell):

- 1) El ángulo de incidencia ( $\alpha_i$ ), de reflexión ( $\alpha_r$ ) y de refracción ( $\alpha_t$ ) están en un mismo plano, siendo este perpendicular a la superficie de separación.
- 2) El ángulo de incidencia ( $\alpha_i$ ) es igual al ángulo de reflexión ( $\alpha_r$ ).
- 3) El cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante (llamada índice de refracción,  $n$ ):

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } \alpha_t} = n = \frac{c}{v}$$

Donde  $c$  es una velocidad patrón (velocidad de la luz en el vacío en el caso de las ondas electromagnéticas).

En general:

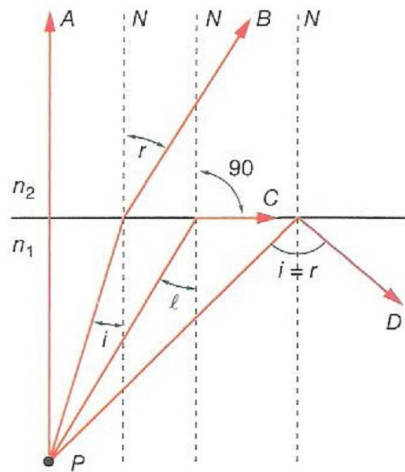
$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } \alpha_t} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

$n_1$  es el índice de refracción del medio 1.  
 $n_2$  es el índice de refracción del medio 2.

Como hemos visto anteriormente,  $c = \lambda \cdot f$ , y se ha observado que cuando la luz pasa de un medio a otro, su frecuencia permanece constante. Por lo que la ecuación anterior quedaría:

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } \alpha_t} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1 \cdot f}{\lambda_2 \cdot f} \implies \frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } \alpha_t} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

### Ángulo límite y reflexión total



Cuando un rayo luminoso pasa de un medio ( $n_1$ ) a otro menos refringente ( $n_2$ ), por ejemplo del agua al aire, el rayo refractado se aleja de la normal. En estas condiciones, si el ángulo de incidencia es suficientemente grande, el rayo luminoso puede no refractarse, reflejándose totalmente en la superficie de separación de ambos medios.

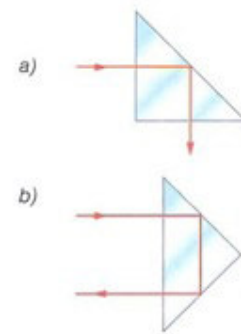
Como los rayos refractados se alejan de la normal, si consideramos rayos incidentes cada vez más inclinados, es decir, con ángulos de incidencia mayores, los rayos refractados correspondientes poseen también ángulos de refracción cada vez mayores, y para un cierto ángulo de incidencia  $l$  el ángulo de refracción vale  $90^\circ$  (rayo PC). A este ángulo de incidencia al que corresponde un ángulo de  $90^\circ$  se le llama **ángulo límite**, y su valor es:

$$\frac{\text{sen } l}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \implies \text{sen } l = \frac{n_2}{n_1}$$

Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite no se produce refracción (rayo PD) y toda la luz se refleja. Este fenómeno, que solo puede producirse cuando la luz pasa de un medio más refringente a otro menos refringente ( $n_1 > n_2$ ) se denomina **reflexión total**.

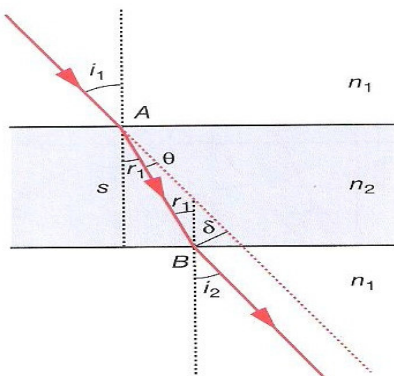
El ángulo límite para el tipo de vidrio más común es de unos  $42^\circ$ , lo que permite fabricar prismas de vidrio de reflexión interna total, de utilidad en muchos instrumentos ópticos.

En la reflexión interna total no se pierde intensidad. Por este motivo, en muchos instrumentos ópticos (prismáticos, periscopios, cámaras réflex...) se utilizan prismas de reflexión total en vez de espejos. Por esta razón, se utilizan fibras ópticas como guías de luz para transmitir imágenes y en sistemas telefónicos.



Prismas de reflexión total:  $i > l$ .

## Lámina de caras planas y paralelas



Cuando un haz de luz monocromática incide sobre una lámina transparente de caras planas y paralelas, se refracta en ambas caras de la lámina.

Si la lámina de índice de refracción  $n_2$  está situada en un medio de índice de refracción  $n_1$ , según la ley de Snell, se cumple:

Primera cara:  $n_1 \text{sen } i_1 = n_2 \text{sen } r_1$

Segunda cara:  $n_2 \text{sen } r_2 = n_1 \text{sen } i_2$

Combinando ambas ecuaciones se obtiene:

$$n_1 \text{sen } i_1 = n_1 \text{sen } i_2 \implies \text{sen } i_1 = \text{sen } i_2 \implies i_1 = i_2$$

Es decir, el rayo luminoso emerge de la lámina paralelo al rayo incidente.

El rayo luminoso experimenta un desplazamiento lateral  $\delta$  (distancia entre las direcciones de los rayos incidente y emergente), cuyo valor es:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= AB \cdot \text{sen } \theta \\ AB &= \frac{s}{\text{cos } r_1} \\ \theta &= i_1 - r_1 \end{aligned} \right\} \implies \delta = s \frac{\text{sen}(i_1 - r_1)}{\text{cos } r_1}$$

Siendo  $s$  el espesor de la lámina.

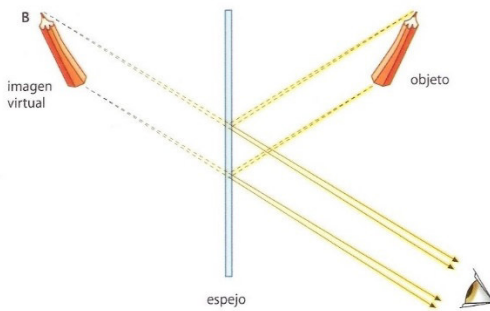
La distancia recorrida por el rayo en el interior de la lámina coincide con la longitud AB, cuyo valor es:

$$AB = \frac{s}{\text{cos } r_1}$$

# Espejos Planos

## La luz se refleja

### Imágenes en un espejo plano



Los espejos son superficies muy pulimentadas, con una capacidad reflectora del 95% o superior de la intensidad de la luz incidente.

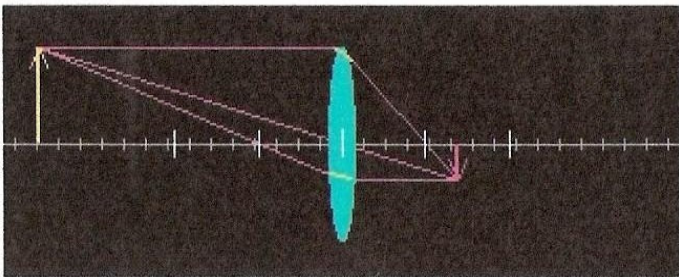
La distancia desde el objeto al espejo es igual a la distancia desde el espejo a la imagen.

La imagen es virtual, pues se forma con las prolongaciones de los rayos.

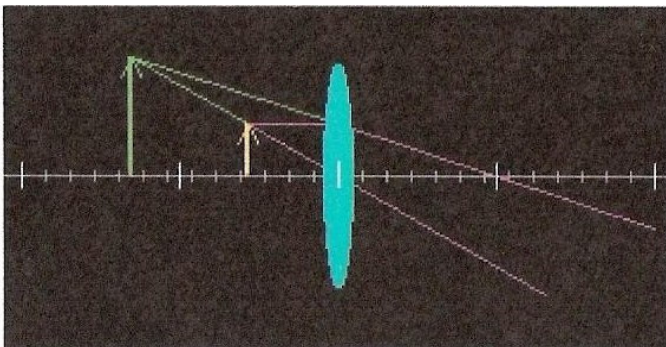
La imagen es derecha respecto al eje x, pero invertida respecto al eje y: la mano derecha se refleja como mano izquierda.

## Formación de imágenes en las lentes

### Lentes convergentes:

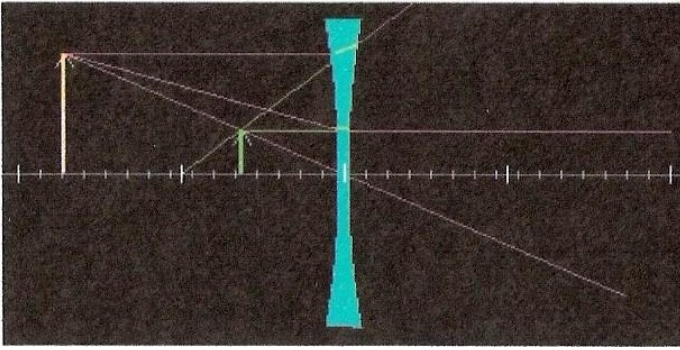


Las lentes convergentes, para objetos alejados, forman imágenes reales, invertidas y de menor tamaño que los objetos.



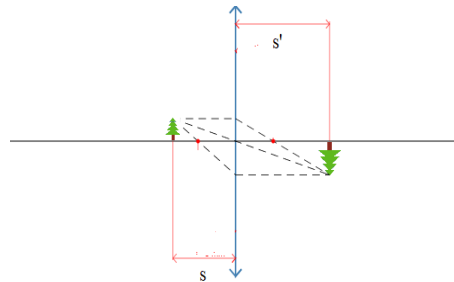
Para objetos próximos forman imágenes virtuales, derechas y de mayor tamaño.

## Lentes divergentes:



Las imágenes producidas por las lentes divergentes son virtuales, derechas y menores que los objetos.

### - Distancia focal.



Designando por  $s$  la distancia objeto-lente,  $s'$  la distancia imagen-lente, la relación que liga ambas magnitudes con el radio de curvatura del espejo  $R$  es:

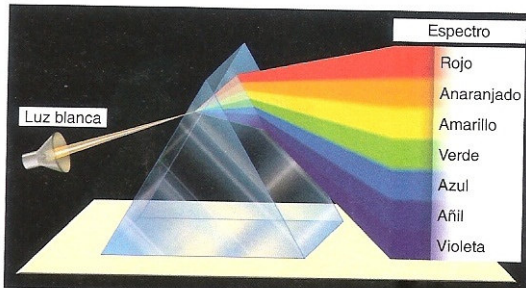
$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Donde  $f'$  es la distancia focal imagen,  $s$  es la distancia del objeto hasta el centro óptico,  $s'$  es la distancia del centro óptico a la imagen,  $y'$  es el tamaño de la imagen e  $y$  es el tamaño del objeto.

## Dispersión de la luz

La mayor parte de los haces de luz están formados por una mezcla de radiaciones de distintas longitudes de onda y diferentes colores. La luz blanca es realmente una mezcla de radiaciones de diferentes colores: rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta.



*La luz blanca está compuesta por luces de diferentes colores.*

La **dispersión** es la descomposición de la luz más compleja en otras luces más simples, es decir, la separación de la luz en las longitudes de onda que la componen.

Se puede conseguir mediante un prisma de vidrio, debido a su distinto índice de refracción para cada tipo de luz: al pasar la luz blanca, las distintas radiaciones se separan por presentar diferentes velocidades en el vidrio del prisma; la luz roja viaja con mayor velocidad (menos desviada), y la violeta lleva la menor velocidad (mayor desviación).

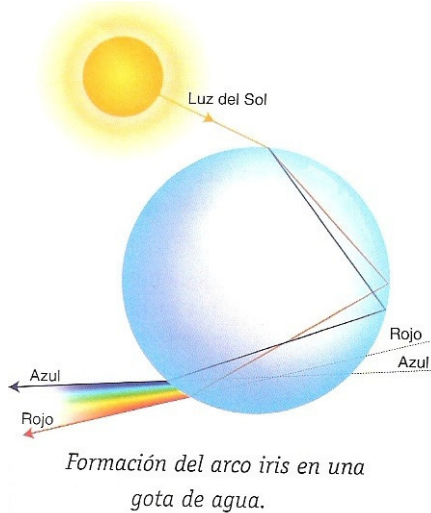
Si recordamos la leyes de Snell: 
$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

La **luz roja** tiene mayor longitud de onda, siendo su índice de refracción el más pequeño, se refracta menos y el ángulo de refracción es ligeramente mayor ==> menor desviación.

Lo contrario le ocurre a luz violeta, posee menor longitud de onda, mayor índice de refracción, se refracta más y su ángulo de refracción es el más pequeño ==> mayor desviación.

Al conjunto de luces que aparecen en el haz dispersado se le llama **espectro visible**.

Así es como se forma el **arco iris**:



Durante la lluvia, el aire se llena de gotas de agua y la luz se refracta en cada gota de agua, se refleja en la parte posterior de esta y vuelve a refractarse al salir. La luz roja aparece en la parte exterior y la luz violeta en la interior.

Vemos el arco iris, estando el Sol a nuestra espalda.

A veces se ve un segundo arco iris, que se produce por doble reflexión en el interior de las gotas de lluvia, con los colores invertido.

## Difracción

Son aquellos fenómenos que no pueden explicarse considerando la propagación rectilínea del movimiento ondulatorio, pero puede interpretarse fácilmente a partir del principio de Huygens:

"cuando en el camino de una onda interponemos un obstáculo de tamaño comparable a la longitud de onda del movimiento ondulatorio considerado, aparecen fenómenos no explicables a través de una propagación rectilínea de las ondas".

El fenómeno de la difracción es tan característico del movimiento ondulatorio, que nos va a permitir saber

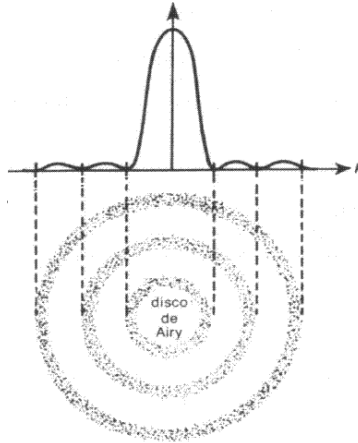
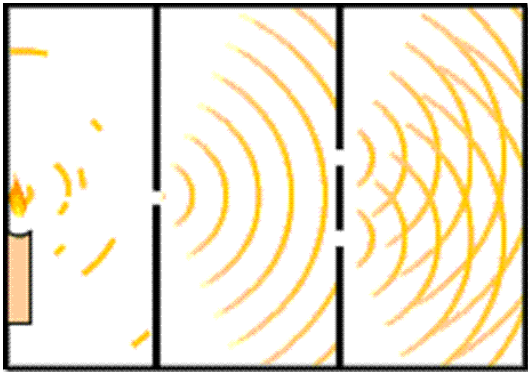


si un determinado movimiento es, o no, de naturaleza ondulatorio.

¿Por qué es tan difícil observar la difracción con ondas luminosas?

Porque las longitudes de ondas de la luz visible es del orden de  $10^{-7}$  m, apareciendo figuras de difracción sólo cuando el obstáculo tiene un tamaño comparable.

Si en el camino de un haz luminoso ponemos, pues, un obstáculo de tamaño semejante a la longitud de onda del haz, aparece una figura parecida a la dada en la experiencia de Young:



Aparece una serie de franjas claras y oscuras, alternantes, y no una zona central iluminada, como ocurría con una rendija de mayor tamaño.

Ocurre como si cada punto de la rendija se comportase como foco emisor de ondas secundarias. La interferencia de dichas ondas en la pantalla son la causa de las figuras de difracción.

## Polarización

Onda que vibra en un solo plano. Sólo se da en las ondas transversales, por tanto, la luz también se polariza.

Cuando por cualquier procedimiento se consigue que el campo eléctrico (tomado como referencia, por convenio) vibre en una sola dirección, decimos que la luz está polarizada.

Se denomina **plano de polarización** al que forma la dirección de propagación de la onda y la dirección de vibración del campo eléctrico.

Podemos polarizar la luz por:

Utilización de **polarizadores**.

**Reflexión.**

1) Un haz de luz monocromática incide sobre la superficie de un vidrio ( $n = 1,54$ ) con un ángulo de  $30^\circ$ .  
¿Cuánto valen los ángulos de reflexión y refracción?

Sol.:  $\alpha_r = 30^\circ$  y  $\alpha_t = 19^\circ$ .

2) Un haz de luz láser cuya longitud de onda en el aire es  $550 \cdot 10^{-9}$  m incide en un bloque de vidrio.

a) Describa con ayuda de un esquema los fenómenos ópticos que se producen.

b) Si el ángulo de incidencia es de  $40^\circ$  y el de refracción  $25^\circ$ , calcule el índice de refracción del vidrio y la longitud de onda de la luz láser en el interior del bloque.

Propuesta Selectividad 2008

3) Un haz de luz roja de 695 nm de longitud de onda en el aire penetra en el agua ( $n = 1,33$ ). Si el ángulo de incidencia es de  $35^\circ$ , ¿cuál es el ángulo de refracción? ¿cuál es la longitud de onda y la frecuencia del haz de luz en el agua?

Sol.:  $\alpha_t = 25,5^\circ$ ;  $f = 4,3 \cdot 10^{14}$  Hz y  $\lambda_0 = 5,2 \cdot 10^{-7}$  m.

- 4) Un rayo de luz blanca incide desde el aire sobre una lámina de vidrio con un ángulo de incidencia de  $28^\circ$ .
- Calcula los ángulos de refracción de los rayos rojo y azul, componentes de la luz blanca.
  - ¿Qué ángulo formarán entre sí en el interior del vidrio los rayos rojo y azul?  
**Datos:**  $n_r = 1,612$  y  $n_a = 1,671$  .      **Sol.:**  $\alpha_{tR} = 16,9^\circ$ ;  $\alpha_{tA} = 16,3^\circ$  y  $\alpha = 0,6^\circ$  .
- 5) a) Un rayo de luz monocromática emerge al aire, desde el interior de un bloque de vidrio, en una dirección que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la normal a la superficie. Dibuje en un esquema los rayos incidente y refractado y calcule el ángulo de incidencia y la velocidad de propagación de la luz en el vidrio.
- b) ¿Existen ángulos de incidencia para los que no sale luz del vidrio? Explique este fenómeno y calcule el ángulo límite.  
**Sol.:**  $\alpha_i = 19,5^\circ$ ;  $v_1 = 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ ;  $l = 41,8^\circ$  y  $\alpha_i > 41,8^\circ$  .
- 6) Un rayo de luz monocromática, que se propaga en un medio de índice de refracción 1,58, penetra en otro medio, de índice de refracción 1,24, formando un ángulo de incidencia de  $15^\circ$  en la superficie de discontinuidad entre ambos medios. Determina el valor del ángulo de refracción y calcula el valor del ángulo límite para estos medios.  
**Sol.:**  $\alpha_t = 19,3^\circ$  y  $l = 51,7^\circ$  .
- 7) Cuando un rayo de luz pasa desde el benceno ( $n = 1,50$ ) al agua ( $n = 1,33$ ), ¿a partir de que ángulo se produce la reflexión total?  
**Sol.:**  $l = 62,5^\circ$  .
- 8) Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, situada en el aire, tiene un espesor de 8,2 cm y un índice de refracción de 1,61. Un rayo de luz monocromática incide en la superficie de la lámina con un ángulo de  $30^\circ$ . Calcula:
- El valor del ángulo de refracción en el interior de la lámina y el ángulo de emergencia.
  - El desplazamiento lateral experimentado por el rayo al atravesar la lámina y la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina.  
**Sol.:**  $r_1 = 18,1^\circ$ ;  $i_2 = 30^\circ$ ;  $\delta = 1,8 \text{ cm}$  y  $AB = 8,6 \text{ cm}$  .
- 9) Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de espesor 4,1 cm y de índice de refracción 1,50, situada en el aire, incide un rayo de luz monocromática con un ángulo de  $20^\circ$ . Calcula la distancia recorrida por el rayo en el interior de la lámina y el desplazamiento lateral del rayo emergente.  
**Sol.:**  $AB = 4,2 \text{ cm}$  y  $\delta = 0,50 \text{ cm}$

1)

$$\alpha_r = 30^\circ$$

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_t \implies 1 \cdot \text{sen} 30^\circ = 1,54 \cdot \text{sen} \alpha_t$$

$$\alpha_t = 19^\circ$$

2) b)  $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_t \implies 1 \cdot \text{sen} 40^\circ = n_2 \cdot \text{sen} 25^\circ$

$$n_2 = 1,52$$

$$v_2 \cdot \text{sen} 40^\circ = v_1 \cdot \text{sen} 25^\circ \implies \lambda_2 \cdot \text{sen} 40^\circ = \lambda_1 \cdot \text{sen} 25^\circ$$

$$\lambda_2 = 550 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{sen}25^\circ}{\text{sen}40^\circ} \implies \lambda_2 = 362 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

3)

$$1 \cdot \text{sen}35^\circ = 1,33 \cdot \text{sen}\alpha_t \implies \alpha_t = 25,6^\circ$$

$$\lambda_2 \cdot \text{sen}35^\circ = 695 \cdot 10^{-9} \cdot \text{sen}25,6^\circ \implies \lambda_2 = 524 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{695 \cdot 10^{-9}} \implies f = 4,32 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

4) a)  $1 \cdot \text{sen}28^\circ = 1,612 \cdot \text{sen}\alpha_t \implies \alpha_t = 16,9^\circ$

$$1 \cdot \text{sen}28^\circ = 1,671 \cdot \text{sen}\alpha_t \implies \alpha_t = 16,3^\circ$$

b)  $\alpha = 16,9^\circ - 16,3^\circ = 0,6^\circ$

5) a)

$$1,5 \cdot \text{sen}\alpha_i = 1 \cdot \text{sen}30^\circ \implies \alpha_i = 19,5^\circ$$

$$1,5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v_1} \implies v_1 = 2 \cdot 10^8 \text{ m}$$

b)  $1,5 \cdot \text{sen}\alpha_i = 1 \cdot \text{sen}90^\circ \implies \alpha_i = l = 41,8^\circ$

$$\alpha_i > 41,8^\circ$$

6)

$$1,58 \cdot \text{sen}15^\circ = 1,24 \cdot \text{sen}\alpha_t \implies \alpha_t = 19,3^\circ$$

$$1,58 \cdot \text{sen}\alpha_i = 1,24 \cdot \text{sen}90^\circ \implies \alpha_i = l = 51,7^\circ$$

7)

$$1,5 \cdot \text{sen}\alpha_i = 1,33 \cdot \text{sen}90^\circ \implies \alpha_i = l = 62,5^\circ$$

8) a)  $1 \cdot \text{sen}30^\circ = 1,61 \cdot \text{sen}\alpha_t \implies \alpha_t = 18,1^\circ$  e  $\alpha_{i_2} = 30^\circ$

b)  $AB = \frac{8,2}{\text{cos}18,1^\circ} \implies AB = 8,63 \text{ cm}$

$$\delta = 8,63 \cdot \text{sen}(30^\circ - 18,1^\circ) \implies \delta = 1,8 \text{ cm}$$

9)

$$1 \cdot \text{sen}20^\circ = 1,50 \cdot \text{sen}\alpha_t \implies \alpha_t = 13,18^\circ$$

$$AB = \frac{4,1}{\text{cos}13,18^\circ} \implies AB = 4,21 \text{ cm}$$

$$\delta = 4,21 \cdot \text{sen}(20^\circ - 13,18^\circ) \implies \delta = 0,5 \text{ cm}$$

10) .