

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
  - c) Puede utilizar calculadora no programable, gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

## OPCIÓN A

1. Comente razonadamente la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
  - a) La fuerza magnética entre dos conductores rectilíneos e indefinidos por los que circulan corrientes de diferente sentido es repulsiva.
  - b) Si una partícula cargada en movimiento penetra en una región en la que existe un campo magnético siempre actúa sobre ella una fuerza.
2. a) Explique la formación de imágenes y sus características en una lente divergente.  
b) ¿Pueden formarse imágenes virtuales con lentes convergentes? Razone la respuesta.
3. Un satélite del sistema de posicionamiento GPS, de 1200 kg, se encuentra en una órbita circular de radio  $3 R_T$ .
  - a) Calcule la variación que ha experimentado el peso del satélite respecto del que tenía en la superficie terrestre.
  - b) Determine la velocidad orbital del satélite y razone si la órbita descrita es geoestacionaria.
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg} ; R_T = 6400 \text{ km}$$
4. La masa atómica del isótopo  $^{14}_7\text{N}$  es 14,0001089 u.
  - a) Indique los nucleones de este isótopo y calcule su defecto de masa.
  - b) Calcule su energía de enlace.
$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} ; 1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} ; m_p = 1,007276 \text{ u} ; m_n = 1,008665 \text{ u}$$

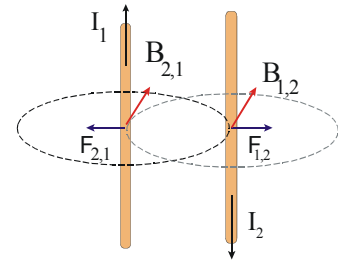
- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
  - c) Puede utilizar calculadora no programable, gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

## OPCIÓN B

1. a) Conservación de la energía mecánica.
  - b) Un cuerpo desliza hacia arriba por un plano inclinado que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal. Razone qué trabajo realiza la fuerza peso del cuerpo al desplazarse éste una distancia  $d$  sobre el plano.
2. a) Describa el movimiento armónico simple y comente sus características cinemáticas y dinámicas.
  - b) Una masa oscila verticalmente suspendida de un muelle. Describa los tipos de energía que intervienen y sus respectivas transformaciones.
3. Una bolita de plástico de 2 g se encuentra suspendida de un hilo de 20 cm de longitud  $y$ , al aplicar un campo eléctrico uniforme y horizontal de  $1000 \text{ N C}^{-1}$ , el hilo forma un ángulo de  $15^\circ$  con la vertical.
  - a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico y todas las fuerzas que actúan sobre la esfera y determine su carga eléctrica.
  - b) Explique cómo cambia la energía potencial de la esfera al aplicar el campo eléctrico.  
 $g = 10 \text{ m s}^{-2}$
4. a) Un haz de electrones se acelera bajo la acción de un campo eléctrico hasta una velocidad de  $6 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$ . Haciendo uso de la hipótesis de De Broglie calcule la longitud de onda asociada a los electrones.
  - b) La masa del protón es aproximadamente 1800 veces la del electrón. Calcule la relación entre las longitudes de onda de De Broglie de protones y electrones suponiendo que se mueven con la misma energía cinética.  
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

# OPCIÓN A

a) Efectivamente, realizando un diagrama de la situación vemos que los campos que cada campo inducen sobre el otro cable son paralelos. Además suponiendo  $I_1=I_2$  significaría que  $B_{1,2} = B_{2,1}$ , es decir que los campos serían iguales, como ocurre en el dibujo.



Aplicando la regla de la mano izquierda, se deduce la dirección y sentido de la interacción, que es de carácter repulsivo, siendo  $F_{1,2} = F_{2,1}$ , independientemente del valor de las intensidades.

b) Falso. La fuerza de Lorentz tiene como expresión:  $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

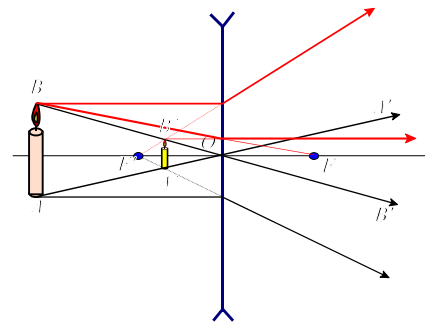
Los sentidos tanto de  $\vec{B}$  como de  $\vec{F}$  pueden deducirse mediante la regla llamada **regla de la mano izquierda**, según se ilustra en la figura. Si la carga fuese negativa, el sentido de la fuerza sería el contrario.

El módulo será:  $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$ , siendo  $\alpha$  el ángulo formado por el sentido de movimiento y el campo magnético. Según esto, en el caso de que la partícula cargada se mueva paralelamente al campo ( $\alpha=0$  ó  $\pi$ ), no se daría fuerza alguna.

Lo que sí que es cierto es que la fuerza, en caso de existir, es de carácter centripeto.

2.-

a) Una lente divergente desvía los rayos alejándolos del eje óptico. Un rayo que incida sobre la lente, paralelo al eje óptico, se aleja del eje de tal forma que su prolongación pasa por el foco  $F'$ . Los rayos que inciden en la dirección hacia  $F$ , salen paralelos al eje óptico. Y, finalmente, los rayos que inciden sobre el centro óptico (O), no se refractan.

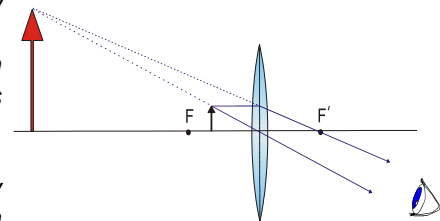


El caso de las lentes divergentes es el más sencillo ya que la imagen formada es siempre derecha, virtual y más pequeña que el objeto, independientemente de la posición del objeto. Esto las diferencia de las convergentes para las que el tamaño, carácter y posición de la imagen formada depende de la posición del objeto.

b) La pregunta más correcta sería si las lentes convergentes pueden generar imágenes virtuales, más de si pueden "producirlas" ya que una imagen virtual no puede proyectarse físicamente.

La respuesta sería que sí. Es el caso de la lupa (lente convergente), en la que al situar un objeto entre la lente y el foco se produce una imagen virtual, derecha y ampliada del objeto.

La imagen (en rojo) se denomina virtual porque los rayos emergen divergentes. Se trata de una interpretación cerebral... los rayos parecen proceder de allí.



3.- a) El peso es la fuerza con que la Tierra atrae al satélite y depende, según establece la ley de gravitación universal, de la posición del mismo.

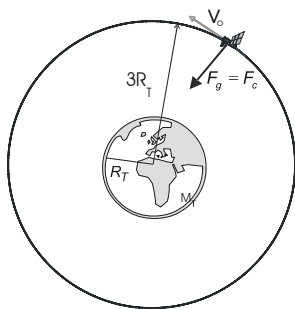
Denominando  $F_{p,s}$  (peso en la superficie) y  $F_{p,3R}$  (al peso en la órbita), desarrollando las expresiones, tenemos:

$$\text{siendo: } F_{p,s} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{R_T^2}$$

$$F_{p,3R} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{(3R_T)^2} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{9R_T^2} = \frac{F_{p,s}}{9}$$

Esto es, el peso allá arriba será 9 veces inferior. Lógico considerando que la gravedad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

b) La fuerza responsable del giro (centrípeta), como es evidente, es la fuerza gravitatoria. Por ello podemos decir que:



$$F_g = F_c \Rightarrow \text{Por tanto: } m \frac{v_0^2}{3R_T} = G \frac{M_T m}{(3R_T)^2}$$

de aquí, despejando la velocidad orbital ( $v_0$ ), tenemos:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{3R_T}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 6,0 \cdot 10^{24} Kg}{3 \cdot 6,4 \cdot 10^6 m}} \approx \underline{4600 \frac{m}{s}}$$

Partiendo de expresiones de velocidad angular:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ \omega &= \frac{v_0}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{v_0}{r} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v_0} \quad (1)$$

La expresión (1) nos permite calcular el periodo de revolución que nos permitirá responder a la cuestión de si se trata de un satélite geoestacionario:

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6,4 \cdot 10^6 m}{4600 \frac{m}{s}} = 26000s \cdot \frac{1h}{3600s} \approx \underline{7,3h}$$

No se trata, por tanto, de un satélite geoestacionario ya que da algo más de 3 vueltas a la Tierra cada día.

4.- a) como  $Z=7$  y  $A=14$ , siendo  $Z$  el número atómico y  $A$  el número másico, se deduce que tiene 7 protones y 7 neutrones.

El defecto de masa es la diferencia entre la masa del núcleo en cuestión y sus componentes por separado, 7 protones y 7 neutrones. Por consiguiente:

$$\Delta m = m({}_{7}^{14}N) - (7 \cdot m_p + 7m_n) = 14,0001089u - (7 \cdot 1,007276u + 7 \cdot 1,008665u) = \underline{-0,111478u}$$

6decimales

El signo negativo se debe a que la masa del núcleo es inferior a la de los 7p y 7n por separado.

Pasado a kg, tenemos:

$$\Delta m = -0,111478u \cdot \frac{1,67 \cdot 10^{-27} kg}{1u} = \underline{-1,86 \cdot 10^{-28} kg}$$

b) La energía desprendida al formarse un núcleo  ${}_{7}^{14}N$  puede obtenerse utilizando la ecuación de equivalencia masa-energía de Einstein.

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = -1,86 \cdot 10^{-28} kg \cdot \left(3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2 = \underline{-1,7 \cdot 10^{-11} J}$$

Esa es la energía necesaria para desintegrar el núcleo, separando todos los nucleones. Suele utilizarse más el concepto de energía de enlace por nucleón, es decir la energía necesaria para arrancar uno de los nucleones, como medida de la estabilidad del núcleo. En este caso vale:

$$\frac{E}{A} = \frac{1,7 \cdot 10^{-11} J}{14 \text{ nucleones}} \approx \underline{1,2 \cdot 10^{-12} \frac{J}{\text{nucleón}}}$$

## OPCIÓN B

1.- a) La energía mecánica de un sistema es la suma de las energías cinética y potencial a nivel macroscópico. La energía mecánica variará siempre que se de un intercambio de energía con el exterior al que llamamos trabajo mecánico, producida mediante la acción de una fuerza externa.

Esto queda resumido en la expresión:  $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$

Según el teorema de las fuerzas vivas, la acción de una fuerza externa, cualquiera, produce una variación en la energía cinética del sistema. Pero también es cierto que, si la fuerza es de tipo conservativo, el trabajo que realiza a expensas de una pérdida de energía potencial. Por tanto, en el caso de que sólo actúen fuerzas conservativas se cumplirá:

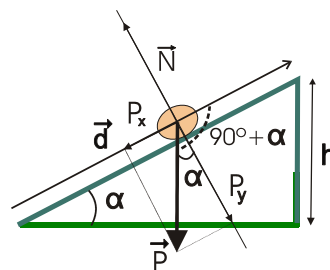
que:  $W_{\text{cons}} = \Delta E_c$  y que:  $W_{\text{cons}} = -\Delta E_p$ , esto supone que cuando sobre un sistema sólo actúen fuerzas conservativas  $\Delta E_c = -\Delta E_p$  y por tanto que  $\Delta E_m = 0$

Esto supone que sobre un cuerpo sobre el que sólo actúen fuerzas conservativas, mantendrá constante su energía mecánica. Dicho de otro modo la energía cinética aumentará en la misma cantidad en la que disminuya la energía potencial.

b) Podemos proceder de dos formas distintas para resolver la cuestión, una es aprovechando el hecho de que la fuerza gravitatoria es conservativa ( $W = -\Delta E_p = -mg \Delta h$ ); y otra partiendo de la ecuación general de trabajo:

$$W = \vec{P} \cdot \vec{d} = mg \cdot d \cdot \underbrace{\cos(90^\circ + \alpha)}_{-\text{sen}\alpha} = -mg \cdot d \cdot \text{sen}\alpha$$

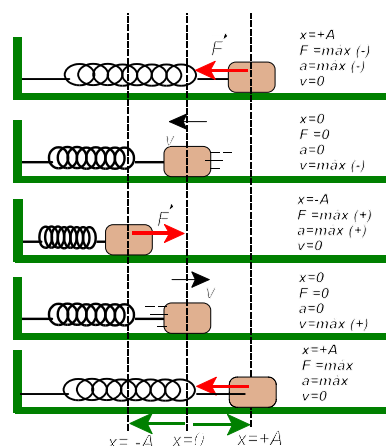
El trabajo resultaría negativo, es decir la fuerza peso restará energía cinética al objeto. Ahora bien, esa energía cinética se almacenará como energía potencial gravitatoria ( $mgh$ ) manteniéndose la energía mecánica constante.



2.- a) Podemos decir que una partícula describe un movimiento armónico simple cuando recorre indefinidamente en un movimiento de vaivén un segmento, y es solicitada en cada instante, hacia el centro de la trayectoria, por una fuerza proporcional a la distancia a la que se encuentre del citado centro ( $F = -Kx$ ). Al ser la fuerza actuante sobre la partícula variable, la aceleración también lo será.

Un ejemplo sencillo de MAS es el que describe una masa unida a un muelle situado horizontalmente y previamente estirado. En la ilustración adjunta se recogen las situaciones extremas por las que pasa un oscilador unido a un muelle.

Se observa que en los puntos de máxima separación los valores de fuerza, y por consiguiente aceleración, son máximos mientras que la velocidad es nula. Mientras tanto en el punto de equilibrio,  $F$  y  $a$  son nulos pero la masa pasa por él con máxima velocidad. De resultados de esa velocidad, la partícula continúa, por inercia, con su movimiento de separación respecto del punto de equilibrio de modo que crecen progresiva y proporcionalmente los valores de desplazamiento ( $\Delta x$ ), fuerza y aceleración.



En el MVAS se utilizan los siguientes parámetros característicos:

- La **elongación** ( $x$  o  $y$ ) es la posición en la que se encuentra el objeto respecto del punto de equilibrio.
- La **amplitud** ( $A$ ) es la máxima elongación posible.
- El **periodo** ( $T$ ) es el tiempo que emplea el objeto vibrante en realizar una oscilación completa
- La **frecuencia** ( $f$  o  $\nu$ ) es el número de oscilaciones que el móvil realiza en 1 segundo. Es por tanto, la inversa del periodo ( $\nu = 1/T$ )

Otra magnitud importante es la pulsación o frecuencia angular ( $\omega = 2\pi/T$ ) cuya unidad es el rad/s.

La ecuación general de cualquier movimiento oscilatorio puede ajustarse a una función seno o coseno, motivo por el cual suele denominarse armónico. Para el caso simple en que el objeto iniciase el

movimiento en el punto de equilibrio y desplazándose a posiciones positivas, la ecuación sería:  
 $x(t) = A \cdot \text{sen } \omega t$

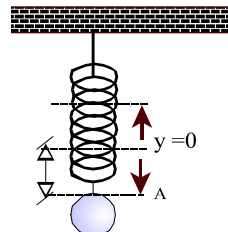
Las ecuaciones de velocidad y aceleración, pueden obtenerse de la anterior realizando la derivada temporal:

$$v(t) = dx/dt = A\omega \cdot \text{cos } \omega t$$

$$a(t) = dv/dt = -A\omega^2 \cdot \text{sen } \omega t = -\omega^2 x \Rightarrow \text{ la aceleración es proporcional, y de signo opuesto, a la elongación. Esto es una consecuencia del carácter recuperador de la fuerza y la esencia del movimiento vibratorio.}$$

**b)** En cada oscilación se producen cambios en las energías cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica. Ahora bien, como las fuerzas que intervienen (gravitatoria y elástica) son ambas conservativas, la energía mecánica total del sistema se mantiene constante.

El análisis energético en una oscilación podemos dividirlo en fases, independientemente de donde coloquemos el origen de energías potenciales gravitatorias, podemos decir que:



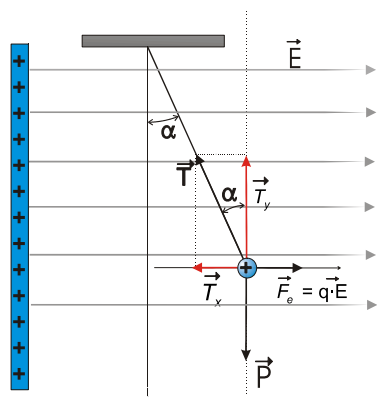
- Cuando la masa se encuentra en el punto de equilibrio, tanto en el ascenso como en el descenso, no posee energía potencial elástica. En el ascenso disminuye la energía cinética y aumentan la potencial elástica y gravitatoria. En el descenso disminuye la energía cinética y potencial gravitatoria y aumenta la potencial elástica.

- Cuando la masa va desde la máxima elongación negativa hacia el punto de equilibrio, disminuye la energía potencial elástica y aumenta la cinética y potencial gravitatoria.

- Cuando la masa desciende desde la máxima elongación positiva hacia el punto de equilibrio, disminuyen las energías potenciales, gravitatoria y elástica, y se incrementa la cinética.

**3.- a)** Suponiendo un campo eléctrico hacia la derecha, como la carga de la bolita es positiva, el péndulo se desplazará en el sentido del campo (a la derecha).

En la situación de equilibrio se cumplirá que la suma de todas las fuerzas será nula, lo que se traduce en que existirá un equilibrio de fuerzas por componentes.



$$\sum \vec{F} = 0, \text{ y componente a componente } \Rightarrow \begin{cases} T_x = F_e \\ T_y = P \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} T \cdot \text{sen } \alpha &= q \cdot E \\ T \cdot \text{cos } \alpha &= m \cdot g \end{aligned} \right\} \text{ dividiendo miembro a miembro:}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{qE}{mg} \Rightarrow q = \frac{mg \cdot \text{tg } \alpha}{E} = \frac{0,002 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{tg } 15^\circ}{1000 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \approx 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

**b)** Al principio, cuando el hilo está vertical antes de aplicar el campo, la bolita tendría cierta energía potencial gravitatoria. Al aplicar el campo eléctrico, el hilo se inclina y la bolita asciende una determinada altura  $\Delta y$ , incrementándose su energía potencial gravitatoria, a la vez que se aleja en el sentido en que apuntan las líneas de campo, una cantidad  $\Delta x$ , disminuyendo su energía potencial eléctrica.

Puesto que las fuerzas que actúan, en todo momento sobre la bolita, son de carácter conservativo, la energía mecánica debe conservarse. Es decir, como  $\Delta E = 0$  y ocurre que  $\Delta E_c = 0$ , el aumento en la energía potencial gravitatoria debe ser idéntico a la pérdida de energía potencial eléctrica.

$$\Delta E_{p,e} = -\Delta E_{p,g} \Rightarrow mg\Delta y = -q E \cdot \Delta x$$

4.- a) Según el principio de De Broglie, toda partícula en movimiento tiene naturaleza dual, esto es, tiene una onda asociada cuya longitud puede calcularse a partir de la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad \text{siendo } p \text{ la cantidad de movimiento, que se define como: } p=mv. \text{ La expresión supuso toda una revolución conceptual al relacionar dos magnitudes correspondientes a entes físicamente "tan diferenciados", hasta la fecha, como son ondas y cuerpos en movimiento.}$$

Introduciendo los datos suministrados, para el electrón, tenemos:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 6 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{1,2 \cdot 10^9 \text{ m}}$$

b) La información de partida nos relaciona las masas del protón y electrón, de modo que  $m_p/m_e=1800$

Partiendo de la ecuación de De Broglie, para electrón y protón, tendremos:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_e &= \frac{h}{m_e \cdot v_e} \\ \lambda_p &= \frac{h}{m_p \cdot v_p} \end{aligned} \right\} \text{ Y dividiendo miembro a miembro:}$$

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{\frac{h}{m_e \cdot v_e}}{\frac{h}{m_p \cdot v_p}} = \frac{m_p \cdot v_p}{m_e \cdot v_e} \quad (1)$$

La relación entre velocidades la obtenemos de la igualdad de las energías cinéticas del protón y electrón, esto es:

$$m_e \cdot v_e^2 = m_p \cdot v_p^2 \Rightarrow \frac{v_p^2}{v_e^2} = \frac{m_e}{m_p} \Rightarrow \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} = \sqrt{\frac{1}{1800}} \quad (2)$$

Sustituyendo la relación de velocidades (2) en la expresión (1), tenemos:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p}{m_e} \cdot \frac{v_p}{v_e} = \frac{1800}{\frac{1}{\sqrt{1800}}} = \sqrt{1800} \approx \underline{42}$$

La longitud de onda de los electrones sería 42 veces mayor que la de los protones a igualdad de energía.