La Física es una ciencia de medidas, es decir, los resultados de cualquier experiencia deben traducirse siempre en cifras.

Sin embargo, no todo lo que vemos o sentimos puede ser medido, por ello, vamos a definir las magnitudes físicas como aquellas propiedades de un sistema que pueden ser medidas. Dichas magnitudes pueden ser escalares o vectoriales.

Magnitudes escalares. Quedan perfectamente definidas conociendo su cantidad y su unidad.

Magnitudes vectoriales. Para ser definidas, además de conocer su cantidad y su unidad, debemos conocer su punto de aplicación, dirección y sentido. Estas se representan mediante vectores.

– Clasificación de los vectores.

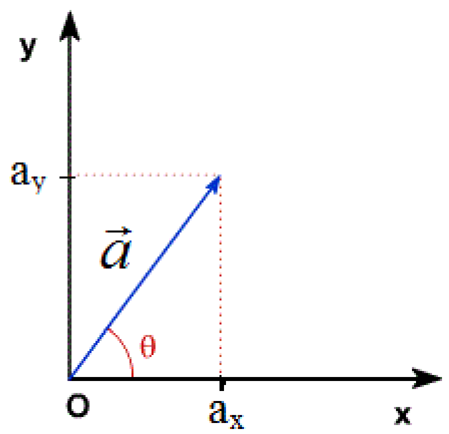
Vectores libres. Poseen el mismo módulo, dirección y sentido, pero sus puntos de aplicación no quedan restrigidos a ningún punto en particular. Ej. : vector velocidad de un sólido rígido.

Vector fijo o ligado. En este, su punto de aplicación está perfectamente definido. Ej. : velocidad de un punto.

Vector deslizante. Aquel que puede desplazarse a lo largo de su lìnea de acción. Ej.: vector fuerza aplicado a un cuerpo con movimiento rectilíneo.

– **Vector en el plano y en el espacio.**

En el plano:



$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}$$

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2$$

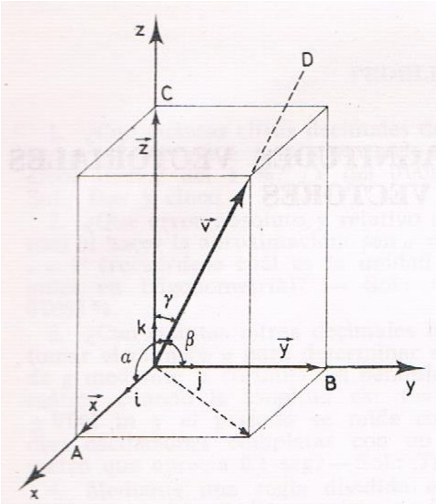
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Cosenos directores:

$$\left.\begin{array}{l} \cos\alpha = \dfrac{a_x}{a} \;\text{—>}\; a_x = a\cos\alpha \\ \\ \cos\beta = \dfrac{a_y}{a} \;\text{—>}\; a_y = a\cos\beta \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} a^2 = a^2\cos^2\alpha + a^2\cos^2\beta \quad \mathbf{1} \\ \\ a^2 = a^2(\cos^2\alpha + \cos^2\beta) \end{array}$$

$$1 = \cos^2\alpha + \cos^2\beta \; \mathbf{2}$$

Lo mismo ocurre en el espacio:



$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

$$a^2 = {a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2$$

$$a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{a}$$

$$\cos\gamma = \frac{a_z}{a}$$

$$\cos\beta = \frac{a_y}{a}$$

3

$$1 = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$$ **4**

– **Suma y diferencia de vectores.**

1) Suma de vectores: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ **.**

$$\begin{array}{c} \vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \\ \vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k} \\ \hline \vec{c} = (a_x + b_x) \cdot \vec{i} + (a_y + b_y) \cdot \vec{j} + (a_z + b_z) \cdot \vec{k} \end{array}$$

2) Diferencia de vectores: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}$ **.**

$$\begin{array}{c} \vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \\ \vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k} \\ \hline \vec{d} = (a_x - b_x) \cdot \vec{i} + (a_y - b_y) \cdot \vec{j} + (a_z - b_z) \cdot \vec{k} \end{array}$$

– **Producto de un escalar por un vector.**

$\lambda\,\vec{a} = \vec{b}$ **5** ==>el producto de un escalar por un vector es otro vector, con el mismo punto de aplicación, igual dirección, con módulo igual al producto del escalar por el módulo del vector inicial; y del mismo sentido si el escalar es positivo, y contrario, si es negativo.

– **Vector unitario paralelo a otro dado.**

Supongamos un vector $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ **,** se define un vector unitario paralelo a $\vec{a}$ 6 como:

$$\vec{U}_{\vec{a}} = \frac{a_x}{|\vec{a}|}\vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|}\vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|}\vec{k} \quad \mathbf{7}$$

– **Producto escalar de dos vectores.**

Se define el producto escalar de dos vectores $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ y $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$ como:

$$\begin{cases} \vec{a}\,.\,\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\,\cos\delta \\ \\ \vec{a}\,.\,\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \end{cases} \quad \mathbf{8}$$

Siendo δ el ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$ 9 entre sí.

Propiedades del producto escalar de dos vectores:

a) Conmutativa : $\vec{a}\,.\,\vec{b} = \vec{b}\,.\,\vec{a}$ **10**

b) Asociativa : $\vec{a}\,.(\,\vec{b}\,.\,\vec{c}\,) = (\,\vec{a}\,.\,\vec{b}\,).\,\vec{c}$ **11**

c) Distributiva : $\vec{a}\,.(\,\vec{b} + \vec{c}\,) = \vec{a}\,.\,\vec{b} + \vec{a}\,.\,\vec{c}$ **12**

– **Producto vectorial de dos vectores.**

Se define el producto vectorial de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ 13como:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} \quad \mathbf{14}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (\,a_y b_z - a_z b_y\,)\vec{i} - (\,a_x b_z - a_z b_x\,)\vec{j} + (\,a_x b_y - a_y b_x\,)\vec{k} \quad \mathbf{15}$$

El módulo del producto vectorial se define:

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\ sen\delta \quad \textbf{16}$$

Propiedades del producto vectorial de dos vectores:

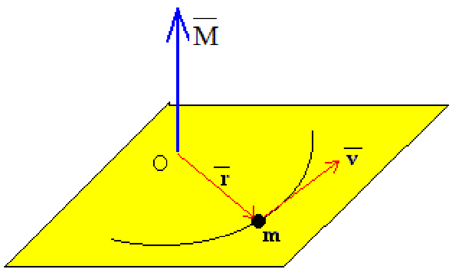
a) El producto vectorial de dos vectores $\vec{a}\ y\ \vec{b}$ es otro vector $\vec{c}$, siendo $\vec{c}$ perpendicular al mismo tiempo a $\vec{a}\ y\ \vec{b}$.

b) Posee la propiedad distributiva: $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$ 17

c) No posee la propiedad conmutativa ==> no posee, tampoco la propiedad asociativa.

d) Áreas.

- **Momento de un vector respecto a un punto.**



$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{v}$ ==> $|\vec{M}| = r\,v\,sen\theta$

El vector momento es perpendicular al plano en que se encuentran los vectores $\vec{r}\ y\ \vec{v}$ 18 .

El sentido se observa mediante el teorema del sacacorcho, e irá desde el vector $\vec{v}$ 19 hacia el $\vec{r}$ 20 .

- **Derivadas de un vector.**

Supongamos un vector $\vec{r} = x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\vec{k}$ 21, se define la derivada de $\vec{r}$ 22 como otro vector $\vec{v}$ 23 de características:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k} \quad \textbf{24}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k} \quad \textbf{25}$$

$$Siendo:\ v_x = \frac{dx}{dt};\ v_y = \frac{dy}{dt};\ v_z = \frac{dz}{dt} \quad \textbf{26}$$

C I N E M Á T I C A

La mecánica clásica se basa en la geometría euclídea, la cual, se basa (a su vez) en el hecho de que por un punto únicamente podemos trazar una paralela a una recta.

En mecánica clásica nunca consideraremos el aspecto microfísico de la materia. En ella utilizaremos velocidades mucho más pequeña que la velocidad de la luz.

La mecánica clásica se divide en: cinemática, estática y dinámica.

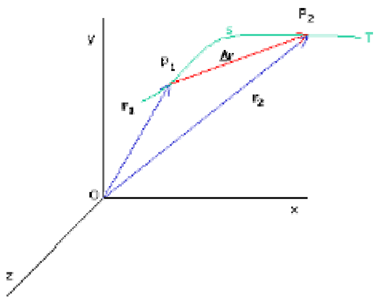
La cinemática estudia el movimiento en sí, sin tener en cuenta las causas que lo produce.

La estática estudia las fuerzas y las condiciones de equilibrio de los cuerpos sujetos a dichas fuerzas.

La dinámica es un estudio del movimiento de la materia, atendiendo a las causas que lo origina (las fuerzas).

- **Concepto de trayectoria.**

Un cuerpo se mueve cuando varía su posición, respecto a un sistema de referencia dado, con el tiempo. La posición de un móvil, respecto al sistema de referencia tomado, viene dada por el vector de posición:



Se define el vector de posición:

$\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ 27, con origen en el centro de coordenadas, y extremo en la posición del punto en cada instante.

Los vectores de posición asociados a los puntos A y B poseen las coordenadas:

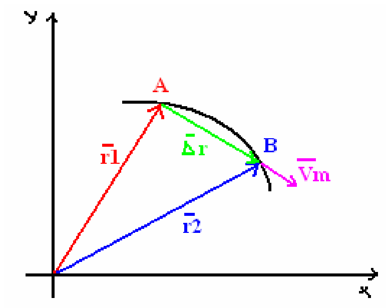
$$\vec{r}_A = x_1\,\vec{i} + y_1\,\vec{j} + z_1\,\vec{k} \quad \textbf{28}$$

$$\vec{r}_B = x_2\,\vec{i} + y_2\,\vec{j} + z_2\,\vec{k}$$

El extremo del vector de posición, variable con el tiempo, dibujará la trayectoria del punto móvil, o línea descrita por el punto en su movimiento: "la trayectoria es la línea resultante de unir todos los puntos por donde ha pasado el móvil." O bien, "la trayectoria es la resultante de unir los extremos de los vectores de posición de esos puntos."

Se define el vector desplazamiento como el vector que une los vectores de posición inicial y final: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - r_A = (x_2 - x_1)\,\vec{i} + (y_2 - y_1)\,\vec{j} + (z_2 - z_1)\,\vec{k}$ **29**

– **Velocidad.**



Se define la velocidad media entre los puntos A y B como:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

La velocidad en cualquier punto (velocidad instantánea) se define como:

$$\vec{v} = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{LIM}} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \mathbf{30}$$

Las componentes del vector velocidad se obtienen a partir de las componentes del vector de posición $(\ \vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}\ )$ **31:**

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k} \quad \mathbf{32}$$

$$Siendo:\ v_x = \frac{dx}{dt};\ v_y = \frac{dy}{dt};\ v_z = \frac{dz}{dt} \quad \mathbf{33}$$

Por tanto, la velocidad instantánea quedaría:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k}$$

Otra forma de trabajar la velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{LIM}} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}\frac{\Delta s}{\Delta s} = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{LIM}} \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{LIM}} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \quad \equiv\!=\!> \mathbf{34}$$

$$\vec{v} = v\,\vec{\tau} \quad \mathbf{35} \quad \begin{cases} v \text{ es la celeridad (módulo de la velocidad).} \\ \vec{\tau} \text{ es un vector unitario tangente a la trayectoria.} \end{cases} \quad \mathbf{36}$$

– **Aceleración. Sus componentes intrínsecas.**

Supongamos que el movimiento del móvil anterior sea tal que:

En un tiempo **Su velocidad es**

t ==============> $\vec{v}_1$

37

$t + \Delta t$ ==============> $\vec{v}_2$

Se define la aceleración media como: $\vec{a}_m = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ **38**

A la vez, podemos definir la aceleración instantánea como:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \textbf{39}$$

En cuanto a sus componentes cartesianas, éstas se deducen a partir del vector velocidad ($\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$)40:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad \textbf{41}$$

En el caso de la aceleración se suele utilizar, en lugar de las componentes cartesianas, las llamadas componentes intrínsecas de la aceleración:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v} = v\,\vec{\tau} \\ \\ \vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} \end{array}\right\} \quad \vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dt}v = \vec{a}_t + \vec{a}_N \quad \textbf{42}$$

$\vec{a}_t = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}$ ___> *aceleración tangencial. Variación que sufre el módulo de la velocidad instantánea respecto al tiempo.* **43**

$\vec{a}_N = \dfrac{d\vec{\tau}}{dt}v$ ___> *aceleración normal. Variación en dirección y sentido del vector velocidad instantánea.* **44**

Vamos a obtener una expresión más manejable de $\vec{a}_N$ **45:**

$$\textbf{46} \quad \vec{a}_N = \frac{v^2}{R}\vec{n} \; \textbf{47}$$

Otras expresiones de $\vec{a}_t$ y $\vec{a}_N$ 48 son:

$$|\vec{a}_t| = \frac{\vec{v}\cdot\vec{a}}{|\vec{v}|} \; \textbf{49} \qquad \vec{a}_N = \frac{\vec{v}\times\vec{a}}{|\vec{v}|} \; \textbf{50}$$

– **Algunos movimientos.**

1) **<u>Movimiento rectilíneo</u>.**

Se caracteriza porque R ——> ∞ **===>** $\vec{a}_N = 0$ **51**

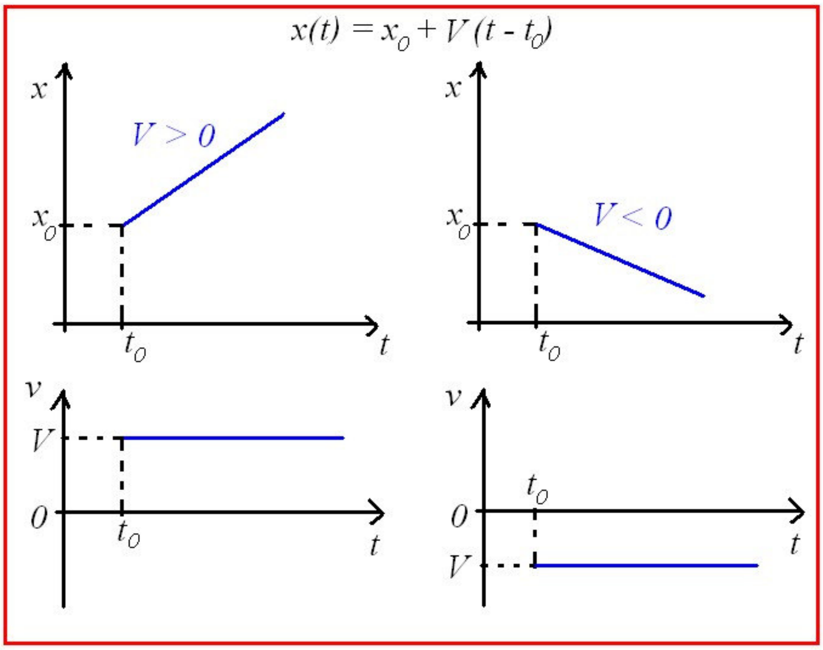
Vamos a establecer dos tipos:

a) **Movimiento rectilíneo uniforme.**

Se caracteriza porque $\vec{v} = cte$ $\equiv\!=>$ $\vec{a}_t = 0\, m/s^2$ **52.53**

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}\,(t - t_0)$$

Gráficas :



b) **Movimiento rectilíneo uniformemente variado.**

Se caracteriza porque $\vec{a}_t$ 54 es constante **==>** $\vec{a} = \vec{a}_t$ **55,** pues $\vec{a}_N = 0$ **56.**

$$\vec{a} = \vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt} \;\equiv\!=>\; d\vec{v} = \vec{a}\,dt \;\equiv\!=>\; \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}\,dt \;\equiv\!=> \textbf{57}$$

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}\,(t - t_0)\; \textbf{58} \; I$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt} \quad \equiv=> \quad d\vec{r}=\vec{v}\,dt \quad \equiv=> \quad d\vec{r}=(\,\vec{v}_0+\vec{a}\,t\,)\,dt \quad \equiv=>$$

59

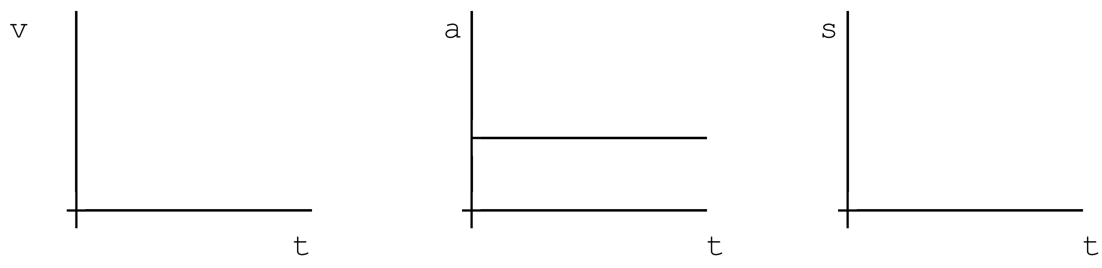
$$d\vec{r}=\vec{v}_0\,dt+\vec{a}\,t\,dt \quad \equiv=> \quad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r}=\int_{t_0}^{t}\vec{v}_0\,dt+\int_{t_0}^{t}\vec{a}\,t\,dt \quad \equiv=>$$

60

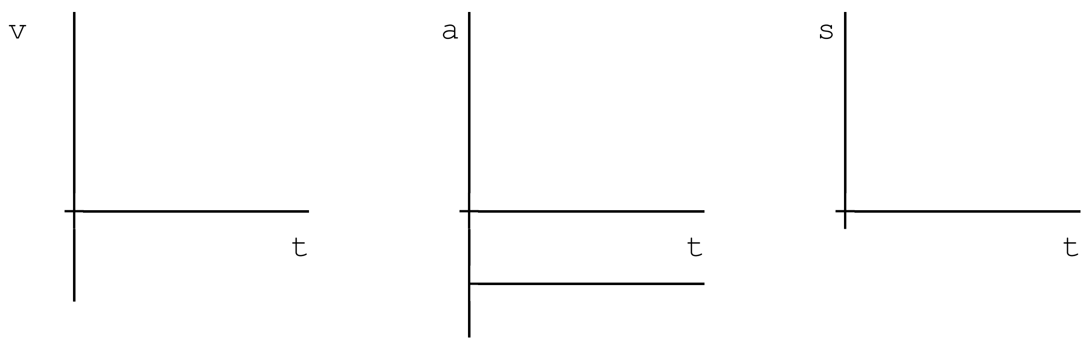
$$\vec{r}-\vec{r}_0=\vec{v}_0(\,t-t_0\,)+\frac{1}{2}\vec{a}\,(\,t-t_0\,)^2$$ **61** II **62**

Gráficas:

$a>0$ **63**



$a<0$ 64

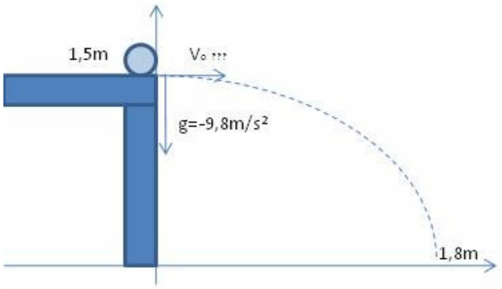


- **Composición de movimientos. Principio de Galileo o de la independencia de los movimientos.**

  Cuando un punto se encuentra sometido por dos causas distintas a dos tipos de movimientos, su cambio de posición es independiente de que dichos movimientos actúen sucesiva o simultáneamente.

  Movimientos de proyectiles:

1) Proyectil lanzado horizontalmente.



$$\begin{cases} eje\ horizontal : m.r.u. \\ eje\ vertical : m.r.u.v. \end{cases}$$

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0_x} = v_0 \\ v_{0_y} = 0\ m/s \end{cases} \qquad \vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0_x} \\ v_y = v_{0_y} - 10\,t \end{cases}$$

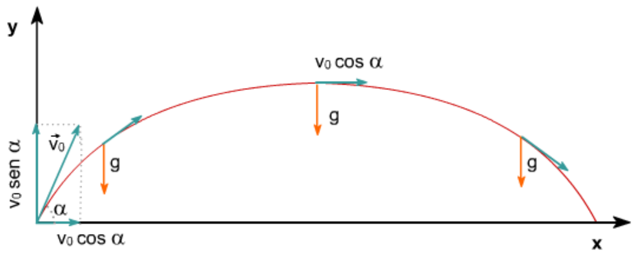
$$x = x_0 + v_x\,t = x_0 + v_0\,t$$

65

$$y = y_0 + v_{0_y}\,t - 5\,t^2$$

66 67

2) Proyectil lanzado oblicuamente (tiro parabólico).



$$\begin{cases} eje\ horizontal : m.r.u. \\ eje\ vertical : m.r.u.v. \end{cases}$$

68

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0_x} = v_0 \cos\phi \\ v_{0_y} = v_0\,sen\phi \end{cases}$$

$$eje\ x \begin{cases} v_{0_x} = v_0 \cos\phi \\ x = x_0 + v_x\,t = x_0 + v_{0_x}\,t = x_0 + v_0\,(\cos\phi)\,t \end{cases}$$

69

$$eje\ y \begin{cases} v_{o_y} = v_0\,sen\phi \\ v_y = v_{0_y} - g\,t = v_0\,(sen\phi) - 10\,t \\ y = y_0 + v_{0_y}\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 = y_0 + v_0\,(sen\phi)\,t - 5\,t^2 \end{cases}$$

70

En la altura máxima, el proyectil posee $v_y = 0$ m/s:

– **Movimiento circular.**

R es finito y cte., es decir, $\vec{a}_N$ 71 es distinto de cero (0).

Hablar de ángulos es hablar de grados, vueltas (revoluciones) y radianes: un radián es el ángulo formado por dos radios de una circunferencia, de tal forma que el arco comprendido entre esos dos radios tiene igual longitud que el radio de la circunferencia.

El ángulo (ϕ 72) y el arco (s) están relacionados, pues, a través del radio:

$$\phi = \frac{s}{R} \quad \mathbf{73} \qquad 2\pi \text{ radianes} = 360° \quad \mathbf{74}$$

Se define la velocidad angular ($\vec{\omega}$ 75) como:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\phi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} \quad \mathbf{76} \qquad [\ \omega\ ] = rad/seg \quad \mathbf{77}$$

$\vec{\omega}$ **78** es un vector perpendicular al mismo tiempo a R y $\vec{v}$ 79, siendo la relación entre ambas velocidades (angular y lineal):

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \equiv\!=> \quad v = \omega R \quad \equiv\!=> \quad a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad \mathbf{80}$$

Tipos de movimientos circulares:

a) Movimiento circular uniforme.

$\vec{v}$ **81 es cte. ==>** $\vec{\omega}$ **82 es cte. ==>** $\vec{a}_t = 0 \quad ==> \quad \vec{a} = \vec{a}_N$

83

$$d\vec{\phi} = \vec{\omega}\, dt \quad ==> \quad \int_{\vec{\phi}_0}^{\vec{\phi}} d\vec{\phi} = \int_{t_0}^{t} \vec{\omega}\, dt \quad ==>$$

84

$$\vec{\phi} - \vec{\phi}_0 = \vec{\omega}\,(t - t_0)$$

$s = \Phi R \qquad v = \omega R \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$

El período (T) es el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa.

b) Movimiento circular uniformemente acelerado.

– **Movimiento armónico simple (MAS).**

Un cuerpo realiza un movimiento periódico cuando a intervalos regulares de tiempo, llamado PERIODO, todas las variables de su movimiento (posición, velocidad, aceleración y sus componentes) toman el mismo valor. Algunos movimientos periódicos son: un péndulo que oscila, un volante que gira con velocidad constante, el movimiento de la Tierra alrededor de su eje...

Los movimientos periódicos son OSCILATORIOS cuando su distancia al origen pasa por un valor máximo y otro mínimo, como es el caso del péndulo. En estos se llama ELONGACION a la distancia que separa al punto móvil del origen, y AMPLITUD al valor de la máxima elongación.

Se llaman MOVIMIENTOS VIBRATORIOS a los movimientos periódicos de tipo oscilatorio que tienen su origen en el punto medio de su trayectoria, es decir, amplitudes iguales a ambos lados del origen, siendo, además, su periodo muy pequeño, en general.

Debido a este pequeño valor del periodo, se introduce en Física una nueva magnitud, la frecuencia (f85), que es el número de oscilaciones por segundo, estando relacionada con el periodo a través de la fórmula:

$$f = \frac{1}{T} \qquad [f] = hertzios = Hz$$

Ejemplo de movimiento vibratorio sería un muelle elástico que se estira o contrae.

Según un teorema matemático debido a Fourier, "todo movimiento periódico puede considerarse como la suma de movimientos vibratorios armónicos de frecuencias múltiplos de la del movimiento periódico considerado, frecuencia fundamental".

Para ello veamos el oscilador armónico.

Este movimiento se caracteriza por ser rectilíneo, siendo variable la aceleración en cada punto, y proporcional a la elongación, pero de sentido contrario.

Como ejemplo característico se suele poner el péndulo simple: "todo cuerpo capaz de oscilar alrededor de un eje horizontal que no pase por su centro de gravedad".

En el M.A.S. la ecuación de la posición es del tipo:

$$y = Asen(\omega t + \delta_0)$$

y es la ELONGACION. A es la AMPLITUD.

δ_0 es la FASE INICIAL de vibración. ω es la frecuencia angular o pulsación

$(\omega t + \delta_0)$ es la FASE de la vibración.

El periodo, la frecuencia y la pulsación están relacionados entre sí por las ecuaciones:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

1La velocidad y aceleración de las partículas sometidas a este movimiento toman la forma:

$$v = \frac{dy}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \delta_0)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 Asen(\omega t + \delta_0) = -\omega^2 y$$

Se observa que la aceleración es directamente proporcional (k es una constante) a la elongación. Todo M.A.S. debe poseer esta característica.

1) El módulo de un vector $\vec{b}$ 86es 5 y su proyección sobre el eje X es 3. Calcular los valores de las proyecciones sobre los ejes Y e Z, sabiendo que la 1ª es triple que la 2ª. Calcular los cosenos directores.

2) Un vector $\vec{a}$ 87 es perpendicular al plano XZ; su producto escalar con otro $\vec{b}$ 88es 6 y su suma con $\vec{b}$ 89 es un vector $\vec{c}$ 90 de componentes (4,5,2). Determinar $\vec{a}$ 91y $\vec{b}$ 92.

3) Un vector $\vec{a}$ 93 es perpendicular al eje Z, y otro $\vec{b}$ 94es paralelo al eje Y. Su producto vectorial es un vector de módulo 4, y su suma es un vector de componentes (1,5,0). Calcular $\vec{a}$ 95 y $\vec{b}$ 96.

4) La ecuación de movimiento de un objeto viene dada por:
   $\vec{r} = 5t\,\vec{i} + (6 - 4t^2)\,\vec{j}\ m$ 97. Calcula:
   a) La ecuación de su trayectoria.
   b) El módulo de la velocidad en el instante t = 2 s.
   c) La aceleración instantánea. Módulos de $\vec{a}_t \ \ y \ \ \vec{a}_N$ 98.

5) Un móvil se desplaza, partiendo del reposo, siguiendo una circunferencia de 100 m de radio. El movimiento es uniformemente acelerado, hasta que en 5 s alcanza la velocidad de 25 m/s. A partir de entonces se desplaza con movimiento uniforme. Calcula:
   a) Aceleración tangencial mientras acelera.
   b) Velocidad angular.
   c) Tiempo que tarda en dar 10 vueltas.
   d) $\vec{a}_N$ 99 a los 5 segundos de iniciado el movimiento.

6) Calcúlese la velocidad angular, la velocidad lineal y la aceleración normal que posee un punto situado en la periferia de una rueda de 2 m de diámetro que gira a 160 r.p.m. .

7) Un cañón dispara un proyectil con una velocidad de 200 m/s, formando un ángulo de 60° con la horizontal. Calcular:
   a) Alcance máximo (x).
   b) Altura máxima (y).
   c) Velocidad final.

8) Lanzamos una pelota hacia arriba con una velocidad de 10 m/s.
   Calcula:
   a) La altura máxima que alcanza.
   b) Velocidad con que llega al suelo.

9) Sobre una mesa de 1 m de altura rueda con velocidad cte de 2 m/s una bola, hasta que cae por uno de sus extremos:
   a) ¿ A que distancia de la base de la mesa golpeará al suelo ?
   b) Velocidad al llegar al suelo.
   c) Ecuación de la trayectoria.

10) Una canoa está junto a la orilla de un río y perpendicularmente a él. Se mueve con a = 1 m/s^2, llegando a la orilla opuesta a 50 m de la posición inicial en el sentido de la corriente.
    Calcular la velocidad del agua si el río mide 175 m de anchura, así como el vector de posición final.

11) El portero de balonmano de un equipo inicia un contraataque lanzando la pelota con una velocidad de 20 m/s y una inclinación de 60° sobre un compañero 25 m más adelantado. Si moviéndose con velocidad constante, éste alcanza la pelota a la misma altura a la que ha sido lanzada, determina el valor de esta velocidad.

12) Calcular la profundidad de un pozo sabiendo que si dejamos caer una piedra desde la boca del pozo, transcurre 5 s desde que soltamos la piedra hasta que oímos el ruido del choque con el agua.