

Página 101.

6) Halla la suma de:

b) Los cincuenta primeros números pares.

$$a_n = 2n \qquad a_{50} = 2 \cdot 50 = 100$$

$$S_{50} = (2 + 100) \cdot \frac{50}{2} \implies S_{50} = 2500$$

c) Los cincuenta primeros números impares.

$$a_n = 2n - 1 \qquad a_1 = 1 \qquad a_{50} = 2 \cdot 50 - 1 = 99$$

$$S_{50} = (1 + 99) \cdot \frac{50}{2} \implies S_{50} = 2500$$

d) Los veinte primeros múltiplos de 3.

$$a_n = 3n - 3 \qquad a_1 = 0 \qquad a_{20} = 3 \cdot 20 - 3 = 57$$

$$S_{20} = (0 + 57) \cdot \frac{20}{2} \implies S_{20} = 570$$

e) Los treinta primeros múltiplos de 7.

$$a_n = 7n - 7 \qquad a_1 = 0 \qquad a_{30} = 7 \cdot 30 - 7 = 203$$

$$S_{30} = (0 + 203) \cdot \frac{30}{2} \implies S_{30} = 3045$$

7) Calcula la suma de:

a) Los pares comprendidos entre 150 y 200.

$$a_n = 2n \qquad 150 = 2n \implies n = 75 \qquad 200 = 2n \implies n = 100$$

$100 - 75 = 25$: entre 150 y 200 hay $25 + 1 = 26$ números pares.

$$S_{26} = (150 + 200) \cdot \frac{26}{2} \implies S_{26} = 4550$$

b) Los múltiplos de 3 menores que 99.

$$a_n = 3n - 3 \qquad 99 - 3 = 96 \qquad 96 = 3n - 3 \implies n = 33$$

Entre 0 y 96 hay 33 múltiplos de 3:

$$S_{33} = (0 + 96) \cdot \frac{33}{2} \implies S_{33} = 1584$$

Sucesiones y progresiones

c) Los múltiplos de 9 mayores o iguales que 54 y menores que 531.

$$a_n = 9n$$

$$\left. \begin{array}{l} 9n = 54 \implies n = 6 \\ 531 - 9 = 522 \implies 9n = 522 \implies n = 58 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 58 - 6 = 52 \text{ números entre ambos, pero hemos} \\ \text{de contar el número } 54 \implies 52 + 1 = 53 \end{array}$$

$$S_{53} = (54 + 522) \cdot \frac{53}{2} \implies S_{53} = 15264$$

9) La suma de los cinco primeros términos de una progresión aritmética es 110, y su primer término es 2. Escribe los cinco primeros términos de dicha progresión.

$$a_1 = 2 \quad S_5 = 110$$

$$S_5 = (2 + a_5) \cdot \frac{5}{2} = 110 \implies 2 + a_5 = \frac{110 \cdot 2}{5} \implies 2 + a_5 = 44 \implies a_5 = 42$$

$$a_5 = 2 + (5 - 1) \cdot d = 42 \implies 2 + 4d = 42 \implies 4d = 40 \implies d = 10$$

$$a_2 = 2 + 10 \implies a_2 = 12 \quad a_3 = 12 + 10 \implies a_3 = 22$$

$$a_4 = 22 + 10 \implies a_4 = 32$$

10) Para preparar un examen, Juan se ha propuesto un plan de estudios: el primer día quiere estudiar un cuarto de hora; el segundo día, media hora; el tercero, tres cuartos de hora, y así sucesivamente hasta llegar a estudiar 4 horas. ¿Cuántos días tendrán que pasar? ¿cuánto tiempo habrá estudiado en total?

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 15 \text{ min} \quad d = 15 \text{ min} \quad a_n = 4 \cdot 60 = 240 \\ a_n = 15 + (n - 1) \cdot 15 \implies a_n = 15n \end{array} \right\} \begin{array}{l} 15n = 240 \\ n = 16 \text{ días} \end{array}$$

$$S_{16} = (15 + 240) \cdot \frac{16}{2} \implies S_{16} = 2040 \text{ min} = 34 \text{ horas}$$

11) Las edades de los 16 primos de una familia forman una progresión aritmética. Si el primero de ellos tiene 7 años, y el último 37, ¿cuáles son las edades del resto? ¿cuánto suman las edades de todos?

$$a_1 = 7 \quad a_{16} = 37$$

$$a_{16} = 7 + (16 - 1) \cdot d = 37 \implies 7 + 15d = 37 \implies d = 2$$

$$a_n = 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35 \text{ y } 37$$

$$S_{16} = (7 + 37) \cdot \frac{16}{2} \implies S_{16} = 352 \text{ años}$$

Sucesiones y progresiones

12) Dos clase de 3º ESO están haciendo construcciones con canicas de la forma que ves dibujada:

Los alumnos de 3ºA ponen en la fila de abajo 58 canicas y en cada fila 1 canica menos, y los de 3ºB ponen en la fila base 151 canicas y en cada fila 3 canicas menos. Los dos grupos acaban la última fila con una sola canica.



¿Cuántos pisos tiene cada construcción? ¿cuántas canicas ha colocado cada grupo?

3ºA

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 58 \\ d = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_n = 58 + (n-1)(-1) \implies a_n = -n + 59 \\ a_n = -n + 59 = 1 \implies n = 58 \text{ pisos} \end{array}$$

$$S_{58} = (58 + 1) \cdot \frac{58}{2} \implies S_{58} = 1711 \text{ canicas}$$

3ºB

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 151 \\ d = -3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_n = 151 + (n-1)(-3) \implies a_n = -3n + 154 \\ a_n = -3n + 154 = 1 \implies 3n = 153 \implies n = 51 \text{ pisos} \end{array}$$

$$S_{51} = (151 + 1) \cdot \frac{51}{2} \implies S_{51} = 3876 \text{ canicas}$$

13) $a_2 + a_{89} = 277$

14) $a_1 + a_9 = a_2 + a_8 = a_3 + a_7 = a_4 + a_6 = 26$